Načrtovanje vodenja naklonskega kota rakete

Seminarska naloga: Regulacije 2.
Študijsko leto 2007/2008.
Fakulteta za elektrotehniko. Ljubljana, Slovenija

4. december 2007

1 Uvod

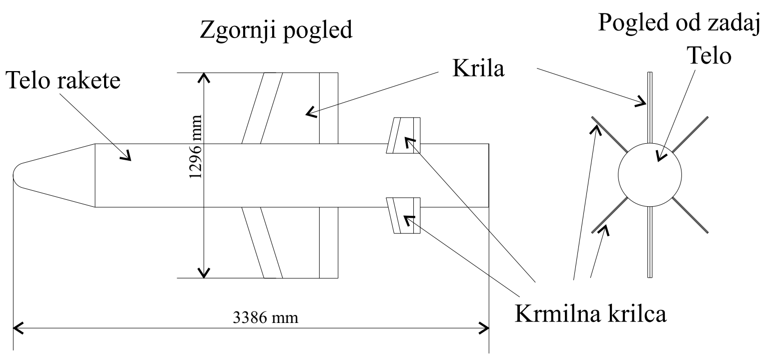
V seminarski nalogi je potrebno načrtati vodenje za raketo, ki služi pri testiranju raketnih motorjev (Air-Turbo Ram Jet (ATR)). S helikopterjem dvignejo raketo do višine 2000 m nad tlemi in jo nato spustijo, da pada proti tlom. Po tem, ko raketa pri padanju dobi zadostno hitrost, jo izravnamo (pulled-out)v vodoravno lego (a cruising glide-path). V tej fazi leta se izvajajo meritve na motorju in po tej fazi sledi pristanek s padalom. Tesni let tako lahko razdelimo v 8 faz: 1. spust s helikopterja, 2. faza pridobivanja hitrosti (the nose dive phase), 3. izravnava (the pull-out), 4. jadralna faza (the glide cruise), 5. faza testiranja motorja, 6. odpiranje padala, 7. jadranje s padalom in 8. pristanek.

Vsaka faza leta zahteva posebno vodenje rakete, ker je dinamika rakete s časom spremenljiva. To pomeni, da se parametri rakete spreminjajo glede na delovno točko rakete. Poleg tega je dinamika rakete zelo nelinearna in jo je potrebno linearizirati v vsaki delovni točki posebej.

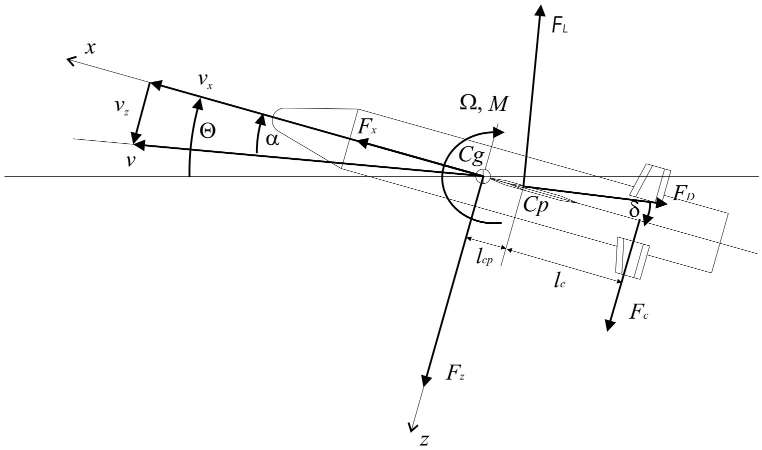
2 Model rakete

Raketo sestavljajo: telo, dve krili za vodoravni let in štiri repna krmilna krilca v X obliki. Oblika rakete in dimenzijo so dane na sliki 1.

V našem primeru bomo obravnavali, načrtovali vodenje vzdolžnega gibanja rakete, t.j. obravnavali bomo model rakete, ki ga lahko predstavimo z $\frac{\Theta(s)}{\delta(s)}$, kjer je Θ je kot rakete glede na vodoravno lego (the pitch angle) in δ kot premika krmilnih krilc. Diagram sil, momentov in kotov je prikazan na sliki 2, kjer x in z predstavljata koordinate sistema, v je hitrost rakete, v_x in v_z sta komponenti hitrosti v x in z smeri, Θ je naklonski kot, Ω je kotna hitrost, F_g je sila gravitacije, F_L je sila vzgona, F_D je sila upora, F_x je sila v smeri x osi, F_z je sila v smeri z osi, M je moment, ki ga povzročata sila vzgona in upora, F_c je sila krmilnih krilc, Cp je center potiska, Cg je težišče rakete, l_{cp} je ročica centra potiska in l_{c} je ročica sile krmilnih krilc.



Slika 1: Oblika in osnovne dimenzije rakete.



Slika 2: Diagram sil, momentov in kotov.

Gibanje rakete lahko predstavimo z Eulerjevimi enačbami gibanja. Pri poenostavitvi problema na dve dimenziji lahko gibanje predstavimo z naslednjimi enačbami:

$$\begin{aligned} F_x - mg\sin\Theta &= m\left(\dot{v_x} + \Omega v_z\right) \\ F_z + mg\cos\Theta &= m\left(\dot{v_z} - \Omega v_x\right) \\ M &= I_y\dot{\Omega} \\ \Omega &= \dot{\Theta} \end{aligned} \tag{1}$$

Zračni tok v primeru različnih oblik in z njim povezane aerodinamične sile in momente običajno izrazimo z uporabo aerodinamičnih koeficientov. V našem primeru dobimo naslednje aerodinamične sile:

$$\begin{aligned} F_L &= qSC_{L\alpha}\alpha \\ F_D &= qSC_D \\ q &= \frac{\rho v^2}{2} \\ \alpha &= \arctan\frac{v_z + \Omega l_{cp}}{v_x} \end{aligned} \tag{2}$$

kjer sta F_L in F_D sili vzgona in upora, S površina kril, α napadni kot, q pritisk zaradi gibanja telesa in aerodinamična koeficienta $C_{L\alpha}$ in C_D. Koeficienti so običajno podani tabelarično in so zelo odvisni od razmer letenja. Komponente sil na telo rakete v smeri osi x in z lahko zapišemo kot:

$$\begin{aligned} F_{XB} &= -F_D\cos\alpha + F_L\sin\alpha \\ F_{ZB} &= -F_L\cos\alpha - F_D\sin\alpha \end{aligned} \tag{3}$$

Vzgonska sila in sila upora povzročata tudi vrtilni moment. Moment je odvisen od sil in njihovih ročic glede na center vrtenja. Ročice so odvisne od napadnega kota α. Izračun momenta dobimo z naslednjo enačbo:

$$M_B = qSlC_{M\alpha}\alpha \tag{4}$$

kjer je l celotna dolžina rakete in $C_{M\alpha}$ predstavlja koeficient:

$$C_{M\alpha} = C_{L\alpha}\frac{l_{cp}}{l} \tag{5}$$

ki ga običajno dobimo s pomočjo tabel. Odmik krmilnih krilc za kot δ povzroči krmilno silo F_C:

$$F_C = qSC_{L\delta}\delta \tag{6}$$

Moment krmilne sile M_C dobimo z naslednjo enačbo, kjer sta F_{XC} in F_{ZC} krmilni sili v smeri os x in z:

$$\begin{aligned} F_{XC} &= n_eF_C\sin\alpha \\ F_{ZC} &= n_eF_C\cos\alpha \\ M_C &= F_{ZC}l_c \end{aligned} \tag{7}$$

in je $n_e = 2\sqrt{2}$ zaradi geometrije krilc.

Nelinearni dinamični model rakete nam predstavlja sistem naslednjih enačb:

$$\begin{aligned} F_X &= F_{XB} + F_{XC} \\ F_Z &= F_{YB} + F_{ZC} \\ M &= M_B + M_C \end{aligned} \tag{8}$$

Za naš primer je nelinearni model lineariziran okoli delovne točke: $v_x = 150$ m s^{-1}, $v_z = 0$, $\alpha = 0$, $\Omega = 0$ and $\Theta = 0$. Prenosna funkcija je naslednja:

$$G_p(s) = \frac{\Omega(s)}{\delta(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \tag{9}$$

kjer je $G_r(s)$ prenosna funkcija med kotom hitrostjo nagiba rakete Ω in kotom odklona krmilnih krilc δ. Parametri modela so naslednji a_1, a_0, b_1 in b_0:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{qSC_{L\alpha}}{mv_x} + \frac{qSC_{M\alpha}ll_{cp}}{I_y v_x} = 0.739 \\ a_0 &= -\frac{qSC_{M\alpha}l}{I_y} = 0.921 \\ b_1 &= \frac{qSC_{L\alpha}l_c}{n_e I_y} = 1.151 \\ b_0 &= \frac{q^2 S^2 C_{L\delta}}{n_e m v_x I_y}\left(C_{L\alpha}l_c + C_{M\alpha}l\right) = 0.1774 \end{aligned} \tag{10}$$

3 Naloge

3.1 Načrtovanje kompenzatorjev z uporabo diagrama lege korenov (DLK)

Po metodi DLK načrtajte kompenzator (ali več kompenzatorjev), ki bo izreguliral kot nagiba θ in zadostil naslednjim zahtevam:

- prenihaj $M_p \leq 0.1$
- čas vzpona $T_r \leq 2\ s$,
- čas izravnave $T_s \leq 10\ s$ in
- napaka v ustaljenem stanju $e_{ss} \leq 0.02$.

3.1.1 Navodila za reševanje problema:

Načrtovanje kompenzatorjev po metodi DLK zahteva nekaj iteracij naslednjih korakov:

1. narišite DLK za originalni, nereguliran sistem
2. iz zahtev izračunajte željene zaprtozančne pole in izračunajte parametre kompenzatorja, ki rezultira v željenih zaprtozančnih polih,
3. izračunajte ojačenje sistema v željenih polih,
4. simulirajte zaprtozančni sistem z izračunanim kompenzatorjem,
5. iz odziva ugotovite ali so zahteve izpolnjene, oziroma kaj moramo spremeniti glede na dobljeni odziv na stopnico (referenčni signal $\theta_r = 0.2rd$),
6. dodajte ali spremenite prehitevalni del (ali zakasnilni, oz. prehitevalno-zakasnilni,
7. narišite Bodejev diagram
8. ponovite korake od 3. do 7., dokler ne dobite ustreznih rezultatov.

Vse korake v načrtovanju je potrebno v poročilu dokumentirati!

3.2 Načrtovanje kompenzatorjev z uporabo Bodejevega digrama

Po frekvenčni metodi (Bodejev diagram) načrtajte kompenzator (ali več kompenzatorjev), ki bo izreguliral kot nagiba θ zadostil naslednjim zahtevam:

- prenihaj $M_p \leq 0.1$
- čas vzpona $T_r \leq 5\ s$,
- čas izravnave $T_s \leq 10\ s$ in
- napaka v ustaljenem stanju $e_{ss} \leq 0.02$.

3.2.1 Navodila za reševanje problema:

Načrtovanje kompenzatorjev po frekvenčni metodi zahteva nekaj iteracij naslednjih korakov:

1. narišite Bodejev diagram za originalni, nereguliran sistem
2. iz zahtev izračunajte fazni in amplitudni razloček in konstante pogreškov,
3. izračunajte kompenzator,
4. simulirajte zaprtozančni sistem z izračunanim kompenzatorjem,
5. iz odziva ugotovite ali so zahteve izpolnjene, oziroma kaj moramo spremeniti glede na dobljeni odziv na stopnico (referenčni signal $\theta_r = 0.2rd$),
6. dodajte ali spremenite prehitevalni del (ali zakasnilni, oz. prehitevalno-zakasnilni,
7. narišite DLK
8. ponovite korake od 3. do 7., dokler ne dobite ustreznih rezultatov.

Vse korake v načrtovanju je potrebno v poročilu dokumentirati!

Seminarsko nalogo v pisni obliki je potrebno oddati 8.1.2008 na zadnjih avditornih vajah.